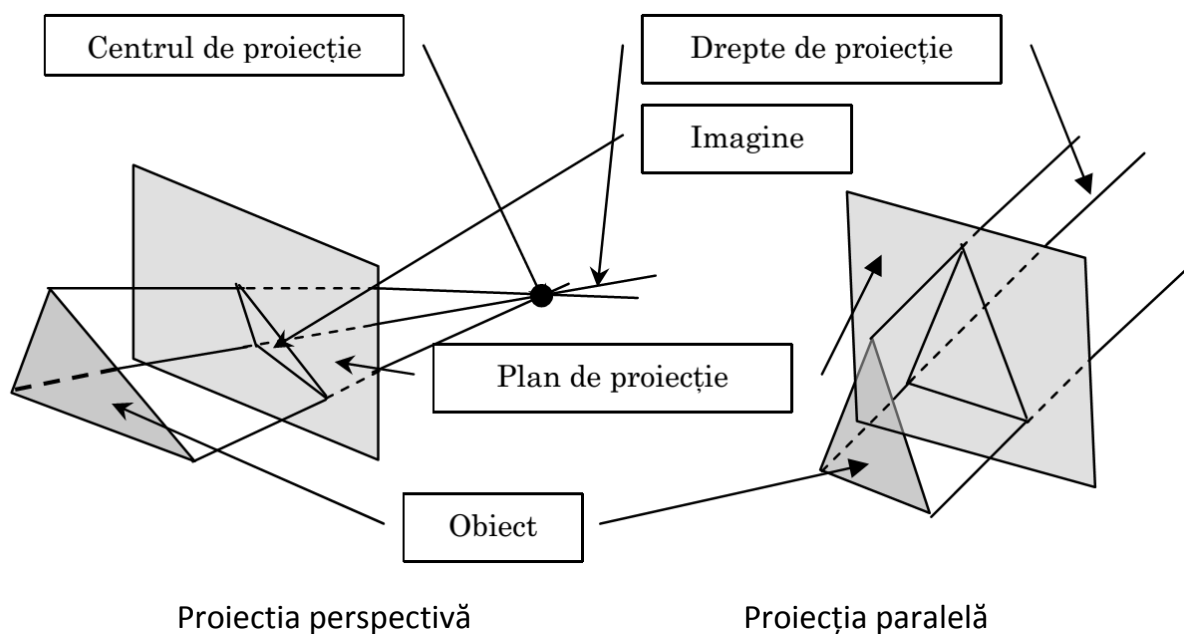


TRANSFORMAREA DE PROIECȚIE

Atunci când un sistem de puncte (obiect) este transferat din spațiul n -dimensional în cel $(n-1)$ -dimensional se consideră că s-a realizat o proiecție a sistemului de puncte (obiect). În contextul actualei lucrări interesează proiecțiile sistemelor de puncte (obiecte) din spațiul 3-dimensional în spațiul 2-dimensional. Această transformare are sens întrucât majoritatea reprezentărilor de vizualizare a obiectelor reale tridimensionale se face pe suporturi bidimensionale de tipul hârtiei sau ecranului unui monitor. În aplicațiile grafice un rol important îl deține proiecția paralelă, respectiv proiecția perspectivă.

Pentru a construi proiecția unui obiect tridimensional pe un suport plan este necesar să fie cunoscute următoarele elemente:

- (1) centrul de proiecție,
- (2) dreptele de proiecție,
- (3) planul de proiecție (vizualizare)

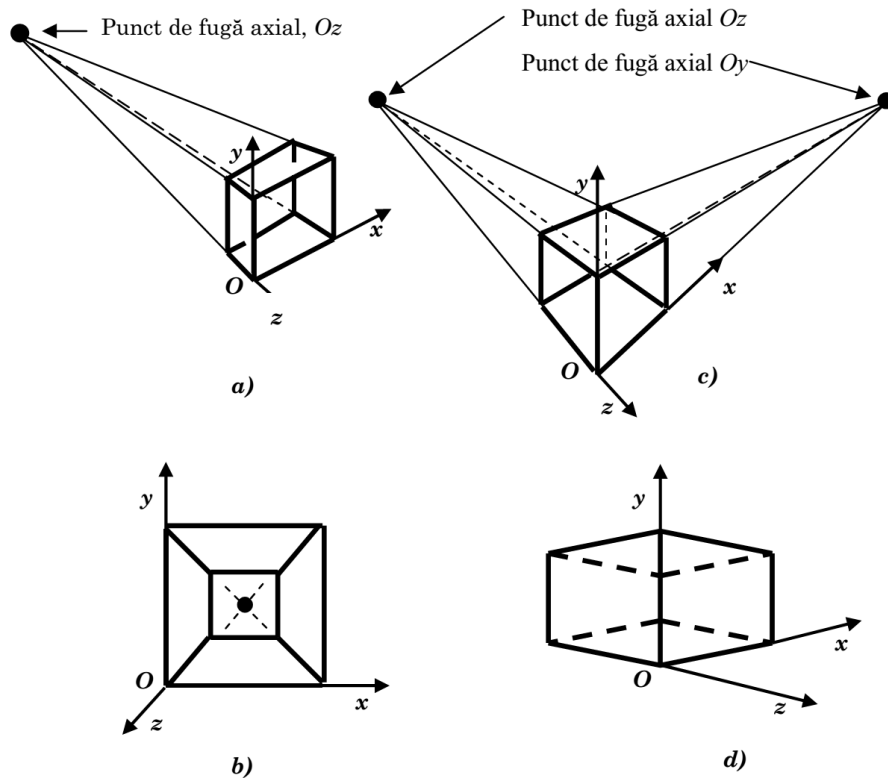


Proiecțiile utilizate în grafică sunt cunoscute sub denumirea de proiecții geometrice planare. Indiferent de tipul de proiecție imaginea unui obiect se formează pe planul de proiecție prin intersecția acestuia de către dreptele de proiecție care se intersectează în centrul de proiecție.

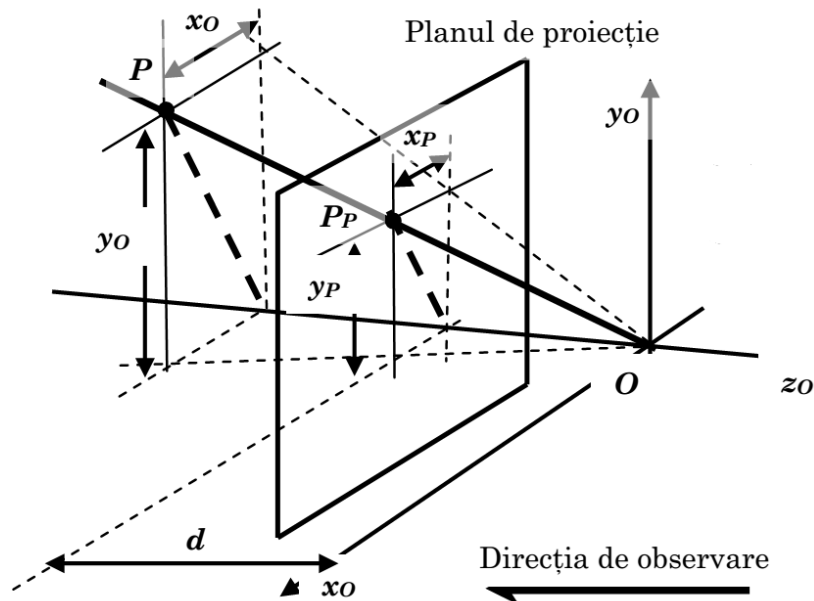
Ceea ce diferă la cele două tipuri de proiecții este faptul că în cazul proiecției perspective centrul de proiecție se află la o distanță finită față de planul de proiecție, spre deosebire de proiecția paralelă pentru care centrul de proiecție se situează la infinit. Deoarece centrul de proiecție se află la infinit, dreptele de proiecție sunt paralele între ele în cazul proiecției paralele (de unde și denumirea). Proiecția perspectivă este definită de centrul de proiecție, iar cea paralelă de direcția dreptelor de proiecție.

PROIECȚIA PERSPECTIVĂ

Proiecțiile perspectivă sunt clasificate după numărul de puncte de fugă axiale, adică de numărul de axe care intersectează planul de proiecție. Astfel putem defini proiecția perspectivă cu un singur punct de fugă axial, cu două puncte de fugă axiale, și cu trei puncte de fugă.



Proiecții perspectivă: a) cu un punct de fugă axial, b) observarea pe o direcție perpendiculară pe planul de proiecție, c) cu două puncte de fugă axiale, d) observarea pe o direcție perpendiculară pe planul de proiecție.



Proiecția perspectivă definită de planul de proiecție, perpendicular pe axa $O'zO$ centrul de proiecție.

Din relațiile de asemănare ale triunghiurilor rezultă:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_P = \frac{d \cdot x_O}{z_O} \\ y_P = \frac{d \cdot y_O}{z_O} \end{array} \right., \text{ de unde } \left\{ \begin{array}{l} x_P = \frac{x_O}{z_O/d} \\ y_P = \frac{y_O}{z_O/d} \end{array} \right.$$

Se observă că distanța d acționează ca un factor de scară pentru coordonatele x_P și y_P . De asemenea, aceste coordonate sunt invers proporționale cu z_0 , ceea ce înseamnă că imaginile obiectelor mai îndepărtate de centrul de proiecție sunt mai mici decât a celor mai apropiate.

Folosind coordonatele omogene matrice transformării prin proiecție perspectivă este:

$$[M_{tr}]_{PP} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 0 \end{bmatrix}$$

Iar relația matriceală pentru un punct P , este:

$$[P_P] = [M_{tr}]_{PP} \cdot [P] \Rightarrow \begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \\ W_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_O \\ Y_O \\ Z_O \\ W_O \end{bmatrix}$$

De unde se obține:

$$\begin{cases} X_P = X_O \\ Y_P = Y_O \\ Z_P = Z_O \\ W_P = Z_O/d \end{cases}$$

Deoarece avem relațiile: $x_P = X_P/W_P$, $y_P = Y_P/W_P$, $z_P = Z_P/W_P$, și $W_P = Z_P/d$ prin înlocuire rezultă:

$$\begin{cases} x_P = x_O/(d/z_O) \\ y_P = y_O/(d/z_O) \\ z_P = z_O/(d/z_O) = d \end{cases}$$

PROIECȚIA PARALELA

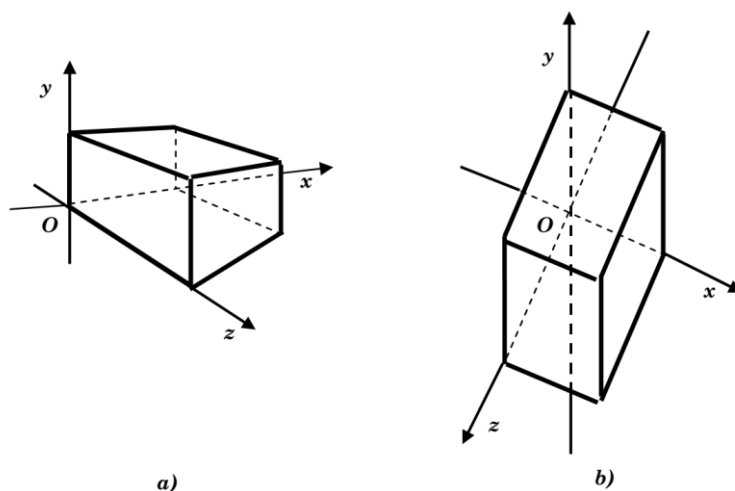
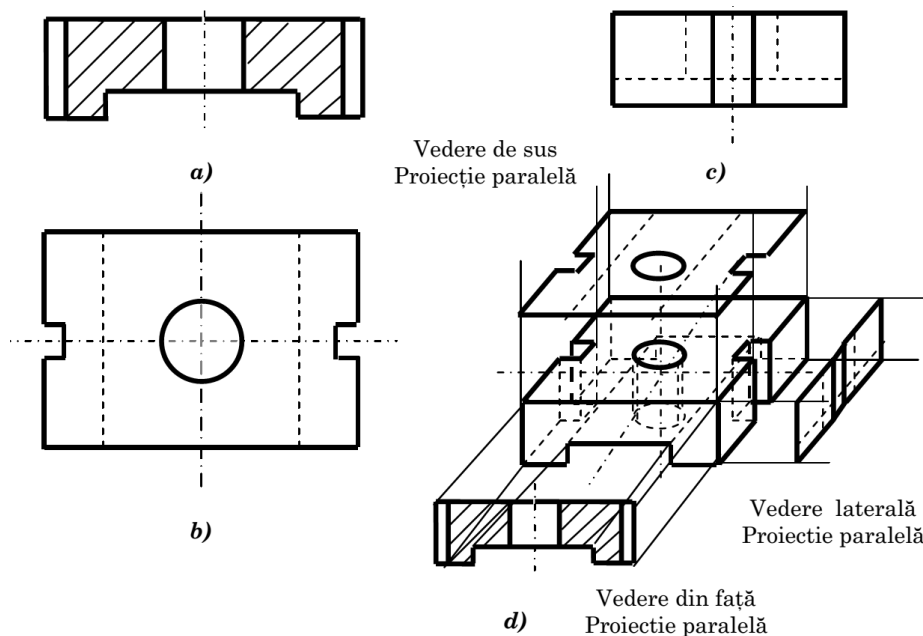
Proiecțiile paralele spre deosebire de cele perspectivă, clasificate după numărul de puncte de fugă (poziția planului de proiecție în raport cu cele trei axe de coordonate ale sistemului de referință universal), sunt clasificate după relația dintre direcția de proiecție și planul de proiecție caracterizat prin direcția normalei la acest plan:

(1) proiecții paralele ortografice, când cele două direcții coincid, chiar dacă sensul pozitiv este același sau nu; altfel spus, direcția de proiecție este perpendiculară pe planul de proiecție;

(2) proiecții paralele oblice, când cele două direcții sunt diferite, adică unghiul dintre cele două direcții este diferit de 0° .

Pentru proiectarea și reprezentarea grafică a obiectelor industriale, proiecția paralelă ortografică are o mare importanță fiind fundamentul realizării desenelor tehnice. cele mai frecvent utilizate sunt următoarele trei tipuri de proiecții ortografice: (1) vedere din față (front-elevation, plan-elevation), (2) vedere de sus (top-elevation), (3) vedere laterală (side-elevation). în toate aceste proiecții planul de proiecție este perpendicular pe una dintre axele sistemului de referință universal (figura 2.8). aceste

proiecții au avantajul că permit măsurarea unghiurilor și dimensiunilor caracteristice obiectului. după cum se observă în figura de mai sus în fiecare proiecție este formată imaginea unei fețe laterale a obiectului, ceea ce face dificilă înțelegerea naturii tridimensionale a obiectului analizat, chiar dacă sunt realizate un număr mai mare de proiecții. alte tipuri de proiecții ortografice sunt proiecțiile axonometrice, care utilizează plane de proiecție care nu sunt normale pe una din axele sistemului de referință universal, ceea ce face posibilă proiectarea mai multor fețe ale obiectului simultan, în aceeași imagine. La proiecțiile axonometrice, deși conduc la o imagine în perspectivă, reducerea este uniformă fără a avea legătură cu distanța de la centrul de proiecție. În cazul acestui tip de proiecție ortografică paralelă liniile paralele rămân paralele, putând fi măsurate doar distanțele (prin factor de scară după fiecare axă), care își păstrează realismul, nu și unghiurile.



a) proiecție perspectivă, b) proiecție paralelă izometrică

Relațiile de transformare în cazul proiecțiilor ortografice sunt deduse în condițiile în care centrul de proiecție este situat la infinit, dreptele de proiecție sunt paralele între ele și paralele cu normala la planul de proiecție. Presupunem că planul de proiecție este perpendicular pe axa oz a sistemului de observare și situat la distanța $z_0 = 0$ față de originea sistemului de observare. Relațiile de transformare sunt în acest caz:

$$\begin{cases} x_P = x \\ y_P = y \\ z_P = 0 \end{cases}$$

Matricea de transformare prin proiecție ortografică este:

$$[M_{tr}]_{PO} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Clasificarea proiecțiilor geometrice planare:

